

# 一种适用于大气弱湍流信道的极化纠错编码调制方案

邵军虎,柯熙政,陈 强

(西安理工大学自动化与信息工程学院,陕西西安 710048)

**摘 要:** 针对服从对数正态分布的大气弱湍流信道模型,基于高斯近似的方法计算分析信道的极化现象,提出了一种适用于大气弱湍流信道的极化编码调制方案,并对其性能进行了仿真分析.不同湍流强度下采用串行抵消译码算法时的仿真结果表明,相比于递归构造方案,文中所提方案在达到  $1e-5$  误码率时可获得大约 1.0dB 到 1.4dB 的编码增益提升.对极化码分别采用开关键控(OOK)调制与脉冲位置调制(PPM)时的仿真结果表明,采用 2-PPM 的极化编码调制方案可有效提升无线光通信链路在弱湍流条件下的译码纠错性能.

**关键词:** 信道编码;极化码;极化现象;大气湍流信道

**中图分类号:** TN92      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112 (2016)08-1831-06

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>      **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2016.08.009

## A Suitable Polar Coding Modulation Scheme for Atmospheric Weak Turbulence Channel

SHAO Jun-hu, KE Xi-zheng, CHEN Qiang

(Faculty of Automation and Information Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an, Shaanxi 710048, China)

**Abstract:** For atmospheric weak turbulence channel model with lognormal distribution, a class of suitable polar codes was constructed based on Gaussian Approximation method. Then their error correction performance were simulated and analyzed over the channel with different turbulence strengths. Simulation results show that the constructed polar codes can get 1.0dB to 1.4dB coding gains at  $1e-5$  bit error rate, rather than the heuristic recursive structural polar codes under the same successive cancellation decoding algorithm. Furthermore, the performance of polar coded On-Off Keying (OOK) modulation and Pulse Position modulation (PPM) schemes was compared. The results show that polar coded 2-PPM modulation scheme can obtain better performance under weak turbulence channel conditions.

**Key words:** channel coding; polar code; polarization phenomenon; atmospheric turbulence channel

### 1 引言

无线光通信系统具有频谱资源丰富、传输速率高、链路部署灵活快捷等优点,近年来已成为宽带无线接入、空间卫星通信、混合组网等领域的一项热门研究技术<sup>[1]</sup>.然而在大气传输过程中,粒子的吸收散射效应以及湍流因素影响,使接收信号受到严重衰减和光强起伏干扰,会极大降低无线光通信链路的传输可靠性<sup>[2]</sup>.因此,针对大气湍流信道模型,设计适用的高效纠错编码调制方案,已成为当前无线光通信领域的一个热点研究问题<sup>[3]</sup>.

极化码作为近年来信息编码领域一项新的重大进展,是现今唯一一类数学可证明能够逼近香农容量限的纠错码<sup>[4]</sup>.2009年Arikan提出二进制输入离散无记忆对称信道(B-DMC)下的极化码理论,给出二元删除信道(BEC)下的递归构造方法和具有线性译码复杂度的串行抵消(Successive Cancellation, SC)译码算法<sup>[5]</sup>.然而对于非BEC信道下极化码的构造,其极化子信道的巴氏(Bhattacharyya)参数计算复杂度高且不易实现<sup>[6]</sup>.将极化码的理论推广至连续输出对称信道情形,Abbe等人基于多用户多址接入的思想,提出一种适用于加性高斯白噪声(AWGN)信道的极化码构造方

法<sup>[7]</sup>. 为了降低该类信道下极化码构造的计算复杂度, Mori 等人基于密度进化算法提出了一种具有线性复杂度的构造方法<sup>[8]</sup>. 针对上述方法的简化计算问题, Tal 等人提出了两种近似方法, 得到时间和空间复杂度均为码长线性关系的有效构造方法<sup>[9]</sup>. 高斯近似 (Gaussian Approximation, GA) 作为密度进化算法的一种近似方法, 亦可用于极化子信道可靠性的近似计算<sup>[10]</sup>, 从而进一步降低极化码构造的运算复杂度<sup>[11]</sup>.

对于无线衰落信道下极化码的构造, 已有瑞利衰落信道下极化码的描述方式及巴氏参数计算方法, 且在同等参数下获得了比 LDPC 码更好的纠错性能<sup>[12]</sup>. 针对准静态衰落信道模型, Biglieri 等人提出采用三类符号多路复用的方法来构造极化码<sup>[13]</sup>. 针对瑞利衰落信道模型, Bravo 研究了发端已知信道状态信息 (Channel State Information, CSI) 和信道分布信息 (Channel Distribution Information, CDI) 时极化码的构造和理论性能问题<sup>[14]</sup>. 针对发端未知 CSI 的衰落 BSC 信道以及加性指数噪声信道模型, Hongbo 等人提出采用分层极化的构造方案<sup>[15]</sup>. 总体而言, 关于无线衰落信道下极化码的优化设计分析和普适性构造等相关理论仍不够完善. 针对无线光通信大气湍流信道的极化码优化设计, 目前仍是一个有待解决的问题.

本文针对收发已知 CSI 信息的强度调制/直接检测 (IM/DD) 无线光通信系统, 采用高斯近似的方法计算分析服从对数正态分布大气弱湍流信道模型的极化现象, 构造了一类适用于大气弱湍流信道的极化纠错码方案. 不同湍流强度下的仿真结果表明, 相比递归构造方法, 文中所构造极化码在 SC 算法下可获得大约 1.0dB 到 1.4dB 的编码增益提升. 所构造极化码在分别采用 OOK 调制和 PPM 调制时的性能仿真结果表明, 采用 2-PPM 调制的极化编码调制方案, 可有效提升无线光通信链路在大气弱湍流条件下的译码纠错性能.

## 2 极化码基本原理

极化码的基本思想, 是通过  $N$  次独立使用物理信道  $W$  的合并与拆分操作, 实现合成子信道对称容量两极分化的过程<sup>[5]</sup>. 首先通过信道合并将  $N$  个 B-DMC 信道  $W$  通过线性变换操作合并成一个合成向量信道  $W_N$ , 再通过信道拆分操作将  $W_N$  拆分成  $N$  个子信道  $\{W_N^{(i)} : 1 \leq i \leq N\}$ . 最终合成信道中一部分子信道的对称容量  $I(W_N^{(i)})$  接近于“1”, 被认为完全没有噪声, 用于传输信息比特; 而另一部分子信道的对称容量  $I(W_N^{(i)})$  接近于“0”, 被看作完全噪声信道, 设置为收发已知的固定比特.

如图 1 中所示, 极化码的信道合并和拆分过程, 可用一个线性变换矩阵  $G_N$  来等效描述, 这里  $u_1^N$  为输入序列,  $x_1^N$  表示经过线性变换矩阵后的码字序列,  $y_1^N$  表示

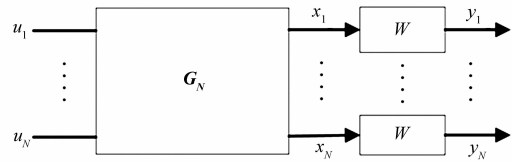


图1 极化码的等效编码过程

$x_1^N$  经信道  $W$  传输后的输出序列. 极化码的等效生成矩阵  $G_N = B_N F^{\otimes n}$ , 其中  $F = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ , “ $\otimes$ ”表示 Kronecker 积, 矩阵  $B_N$  为位反转操作矩阵. 依据对称容量  $I(W_N^{(i)})$  最大对应巴氏参数  $Z(W_N^{(i)})$  最小, 或基于密度进化类方法计算跟踪极化子信道的可靠度, 最终选出可靠度高的子信道集合作为信息位的索引集合  $A$ . 对于码长为  $N = 2^n, n \geq 0$  的极化码, 其编码输出序列为  $x_1^N = u_1^N G_N$ . 码字序列  $x_1^N$  可分解表示为

$$x_1^N = u_A G_N(A) \oplus u_{A^c} G_N(A^c) \quad (1)$$

这里  $G_N(A)$  表示信息位集合  $A$  对应的  $G_N$  子矩阵,  $A^c$  表示集合  $A$  在  $\{1, \dots, N\}$  中的补集,  $u_A$  代表输入信息序列,  $u_{A^c}$  代表固定比特, “ $\oplus$ ”表示模 2 加法运算. 极化码的构造便是根据极化操作后子信道的可靠度, 优化选择参数  $(N, K, A, u_A)$  的  $G_N$  陪集码过程, 其中  $K$  是集合  $A$  的大小,  $R = K/N$  为码率. 更多关于极化码原理的描述可参见文献[4, 5].

## 3 大气湍流信道下的极化码方案

### 3.1 极化现象分析

对于采用强度调制/直接检测的无线光通信系统, 其大气传输信道是具有时变增益和加性高斯白噪声的离散无记忆信道. 假定信道平稳遍历, 则大气湍流信道  $W$  的数学模型描述为

$$y = sx + n = \eta I x + n \quad (2)$$

这里  $x$  为发送信号  $y$  为接收信号,  $I$  表示接收光强,  $s = \eta I$  是信道的瞬时增益其中  $\eta$  表示光电转换效率,  $n$  表示均值为零方差为  $\sigma^2$  的加性高斯白噪声且  $n$  与  $s$  相互独立. 在弱湍流条件下, 收端的接收光强  $I$  服从对数正态分布, 其概率密度函数可表示为

$$f(I) = \frac{1}{I \sqrt{2\pi\sigma_0^2}} \exp\left(-\frac{(\ln I + \sigma_0^2/2)^2}{2\sigma_0^2}\right) \quad (3)$$

这里  $\sigma_0^2$  为对数振幅方差,  $\sigma_0^2 < 0.3$  对应大气弱湍流的情况<sup>[3]</sup>. 由于大气湍流信道的相关时间通常在微秒量级, 而无线光传输的速率通常为 Gbit/s 量级, 因此本文按准静态衰落情况进行处理.

下面基于高斯近似的方法, 给出上述信道模型下极化码子信道可靠性的计算和选择过程, 并分析对应巴氏参数的极化现象. 对于采用 OOK 调制的无线光

IM/DD 系统,发送比特为 0 和 1 时的信道输出似然函数分别为

$$P(y|x=0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma^2}\right) \quad (4)$$

$$P(y|x=1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(y-s)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (5)$$

由巴氏参数的定义,可得大气弱湍流信道下巴氏参数  $Z(W)$  的表达式为

$$Z(W) = \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{P(y|0)P(y|1)} dy = e^{-\frac{s^2}{8\sigma^2}} \quad (6)$$

对于合并和拆分后子信道  $\{W_N^{(i)}; 1 \leq i \leq N\}$  的巴氏参数,其计算较为复杂. 下面给出收发已知 CSI 条件下,采用 GA 方法跟踪子信道的分布信息,从而简化极化码构造时可靠子信道的选择过程.

在准静态衰落的假设下,每个发送符号间隔内信道瞬时衰落系数为一个固定值,式(2)所示大气弱湍流信道模型等价为一个衰落系数服从对数正态分布的二进制输入连续输出的无记忆高斯信道. 用  $L_N^{(i)}$  表示子信道  $W_N^{(i)}$  的输出对数似然比(Log-Likelihood Ratio, LLR)信息,用  $m_N^{(i)}$  表示其均值. 则  $m_N^{(i)}$  可通过以下递归公式近似计算

$$m_N^{(2i-1)} = f^{-1}(1 - (1 - f(m_{N/2}^{(i)}))^2) \quad (7)$$

$$m_N^{(2i)} = 2m_{N/2}^{(i)} \quad (8)$$

其中函数  $f(x)$  的计算表达式为<sup>[10]</sup>

$$f(x) = \begin{cases} e^{-0.4527x^{0.86} + 0.0218}, & 0 < x < 10 \\ \sqrt{\frac{\pi}{x}} e^{-\frac{x}{4}} \left(1 - \frac{10}{7x}\right), & x > 10 \end{cases} \quad (9)$$

这里  $\alpha = -0.4527, \beta = 0.0218, \gamma = 0.86$ .

由式(6)计算得到初始信息  $m_1^{(1)}$ , 根据式(7)和式(8)递归计算得到  $W_N^{(i)}$  输出 LLR 信息的均值  $m_N^{(i)}$ . 用  $(\sigma_N^{(i)})^2$  表示第  $i$  个子信道  $W_N^{(i)}$  的噪声方差,则由方差与均值之间的关系,可得到  $(\sigma_N^{(i)})^2$  的表达式为

$$(\sigma_N^{(i)})^2 = 2/m_N^{(i)} \quad (10)$$

将式(10)代入式(6),得到信道  $W_N^{(i)}$  的巴氏参数表达式

$$Z(W_N^{(i)}) = e^{-s^2/(8(\sigma_N^{(i)})^2)} = e^{-s^2 m_N^{(i)}/16} \quad (11)$$

需要指出,此处计算采用了高斯分布的近似,而将信道衰落因子的影响体现在巴氏参数表达式中.

图 2 中所示为湍流强度  $\sigma_0 = 0.2$  的弱湍流信道条件下,选取码长参数  $N = 1024$  码率  $R = 0.5$  在高斯噪声标准差  $\sigma$  取值为 0.97865 时,根据式(11)计算得到的巴氏参数分布图,其中横轴为合成信道的索引号  $i$ ,纵轴是巴氏参数  $Z(W_N^{(i)})$  的取值. 由图 2 可以看出,大气弱湍流信道下采用 GA 方法构造极化码,其信道产生了一部分趋于“0”一部分趋于“1”的极化现象. 由第 2 节中极化码的原理可知,依据这一极化现象选择巴氏参数  $Z$

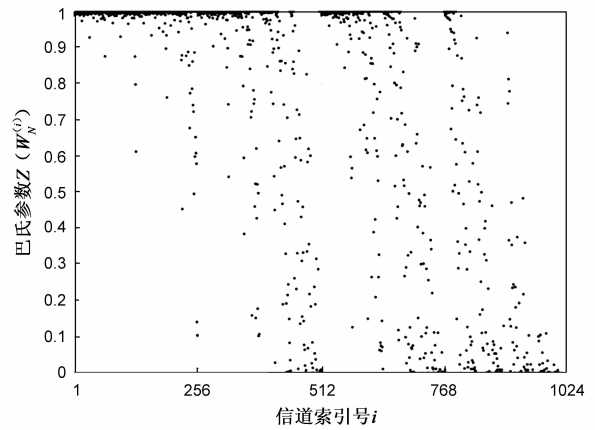


图2  $N=1024$ 大气弱湍流信道 $\sigma_0=0.2$ 时的极化现象

( $W_N^{(i)}$ )取值最小的信息位集合  $A$ ,便可得到适用于大气弱湍流信道的极化码方案.

极化码有较强的信道相关性,不同信道类型以及不同信道状态下其最优构造并不相同. 但在实际应用时,其性能对于信息位集合选择的少量变化并不敏感,即在某个信噪比下优化的信息位集合在信噪比轻微变化时仅些许性能损失<sup>[4]</sup>. 因此,本文选择在不同湍流强度  $\sigma_0$ ,高斯噪声标准差  $\sigma$  取值为 0.97865 时,优化设计极化码的信息位集合.

### 3.2 大气弱湍流信道下极化码的构造

由上节中得到的大气湍流信道极化现象,这里选择巴氏参数  $Z(W_N^{(i)})$  取值最小的信道索引集合作为信息位的集合  $A$ ,即等价于如下优化选择问题

$$\left\{ \min_{A \subset \{1, \dots, N\}} \sum_{i \in A} Z(W_N^{(i)}) \mid \text{s. t. } |A| = K \right\} \quad (12)$$

由上节中的巴氏参数  $Z(W_N^{(i)})$ ,选出满足(12)的  $K$  个 ( $K$  为码字空间的维数)元素,其对应索引号  $i$  的集合即为信息位集合  $A$ . 可将式(11)中计算得到的巴氏参数从小到大进行排序,选择前  $K = N \times R$  个最小值所对应的索引号构成信息位集合  $A$ ,参数  $N$  和  $R$  分别对应极化码的码长和码率.

表 1 中所示为,在  $\sigma_0 = 0.2$  的大气弱湍流强度条件下,分别选择码长  $N$  为 512,1024,2048 码率  $R$  为 0.25, 0.5,0.75 时得到的巴氏参数阈值. 选择小于对应参考阈值的索引号  $i$  作为集合  $A$ ,从而确定出极化码的等效编码矩阵  $G_N(A)$ . 文中设定集合  $A^c$  对应的固定比特  $u_{A^c}$  为零序列,由式(1)可得输入信息序列  $u_A$  对应的码字序列  $x_1^N$ .

表 1 极化码参数示例

码长 $N$	512	1024	1024	1024	2048
码率 $R$	0.5	0.25	0.5	0.75	0.5
阈值	0.88089	0.00010	0.61896	0.98415	0.57883

由表 1 中,不同码长和码率参数下大气弱湍流信道

经合并拆分后的巴氏参数阈值可以看出,在码长较短 ( $N=512$ ) 或者码率比较高 ( $R=0.75$ ) 的情况下,极化码构造过程中选取的未完全极化比例偏高.而在低码率 ( $R=0.25$ ) 和长码长 ( $N=2048$ ) 时,构造过程中选择的未完全极化比例较低.第 4 节中性能仿真结果,将对上述情况作以分析说明.

### 3.3 不同调制时的 SC 译码过程

极化码的信道合并与拆分之后,合成子信道  $W_N^{(i)}$ :  $X \rightarrow Y^N \times X^{i-1}$  的输入为  $u_i$  输出为  $(y_1^N, \mathbf{u}_1^{i-1})$ , 这里  $y_1^N$  是接收序列,  $\mathbf{u}_1^{i-1}$  是前  $i-1$  个信息序列. SC 译码算法便是根据  $y_1^N$  以及前  $i-1$  位信息序列  $\mathbf{u}_1^{i-1}$  的判决结果  $\hat{\mathbf{u}}_1^{i-1}$ , 给出当前比特  $u_i$  的估计值  $\hat{u}_i$ . 由于集合  $A^c$  对应收发已知的固定比特,故译码仅需对  $i \in A$  的信息位  $u_i$  计算出其判决值  $\hat{u}_i$ . 定义第  $i$  个子信道  $W_N^{(i)}$  输出的 LLR 信息为

$$L_N^{(i)}(y_1^N, \hat{\mathbf{u}}_1^{i-1}) \triangleq \ln \frac{W_N^{(i)}(y_1^N, \hat{\mathbf{u}}_1^{i-1} | 0)}{W_N^{(i)}(y_1^N, \hat{\mathbf{u}}_1^{i-1} | 1)} \quad (13)$$

可采用以下两个公式进行递归计算<sup>[4]</sup>

$$L_N^{(2i-1)}(y_1^N, \hat{\mathbf{u}}_1^{2i-2}) = L_{N/2}^{(i)}(y_1^{N/2}, \hat{\mathbf{u}}_{1,o}^{2i-2} \oplus \hat{\mathbf{u}}_{1,e}^{2i-2}) \quad (14)$$

$$\oplus L_{N/2}^{(i)}(y_{N/2+1}^N, \hat{\mathbf{u}}_{1,e}^{2i-2})$$

$$L_N^{(2i)}(y_1^N, \hat{\mathbf{u}}_1^{2i-1}) = L_{N/2}^{(i)}(y_{N/2+1}^N, \hat{\mathbf{u}}_{1,e}^{2i-2}) \quad (15)$$

$$+ (-1)^{\hat{u}_{2i-1}} L_{N/2}^{(i)}(y_1^{N/2}, \hat{\mathbf{u}}_{1,o}^{2i-2} \oplus \hat{\mathbf{u}}_{1,e}^{2i-2})$$

这里  $\hat{\mathbf{u}}_{1,o}^{2i-2}$  和  $\hat{\mathbf{u}}_{1,e}^{2i-2}$  分别表示  $\hat{\mathbf{u}}_1^{2i-2}$  中的奇数索引子向量和偶数索引子向量,  $\oplus$  为下述 box-plus 运算

$$L_1 \oplus L_2 \triangleq \ln \left( \frac{1 + e^{L_1 + L_2}}{e^{L_1} + e^{L_2}} \right) \quad (16)$$

关于该运算的简化计算过程详见参考文献[16].

由式(14)和(15)可知,  $N$  长序列的 LLR 计算可转化为两个  $N/2$  长序列的 LLR 计算问题,递归一直持续到  $N=1$  时结束. 对于第  $i$  个信息比特,其译码判决  $\hat{u}_i$  为

$$\hat{u}_i = \begin{cases} 0, & L_N^{(i)}(y_1^N, \hat{\mathbf{u}}_1^{i-1}) \geq 0 \\ 1, & L_N^{(i)}(y_1^N, \hat{\mathbf{u}}_1^{i-1}) < 0 \end{cases} \quad (17)$$

关于大气弱湍流信道采用 OOK 调制时初始 LLR 的计算,在  $N=1$  时第  $i$  个信道输出符号  $y_i$  的 LLR 信息  $L_1^{(1)}(y_i)$  计算表达式为

$$L_1^{(1)}(y_i) = \ln \frac{W(y_i | 0)}{W(y_i | 1)} \quad (18)$$

$$= \ln \frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{y_i^2}{2\sigma^2}\right)}{\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(y_i - s_i)^2}{2\sigma^2}\right)}$$

$$= \frac{s_i^2 - 2y_i s_i}{2\sigma^2}$$

这里  $\sigma^2$  为信道加性高斯噪声的方差,  $s_i$  为服从对数正态分布湍流信道的瞬时增益.

下面给出大气弱湍流信道下采用  $M$ -PPM 调制时的初始 LLR 计算过程. 对于  $M$ -PPM 调制而言,每  $m = \log_2 M$  个码元比特序列  $(c_1, c_2, \dots, c_m)$  映射为一个时隙位置有脉冲,其余  $M-1$  个时隙无脉冲的  $M$ -PPM 帧. 对于码长为  $N$  的极化码,每个码字映射为  $N/m$  个  $M$ -PPM 帧. 用集合  $B = \{(c_1, c_2, \dots, c_m)\}$  表示  $m$  个码元比特的所有组合,则对于信道输出的每个  $M$ -PPM 帧符号,解映射出第  $l$  个码元的 LLR 信息计算表达式为

$$L_l^{(1)}(y_l) = \ln \left( \frac{W(y_l^M | c_l = 0)}{W(y_l^M | c_l = 1)} \right) \quad (19)$$

$$= \ln \left[ \sum_{\forall c_1, c_2, \dots, c_l=0, \dots, c_m \in B} L_d \right] - \ln \left[ \sum_{\forall c_1, c_2, \dots, c_l=1, \dots, c_m \in B} L_d \right]$$

这里  $1 \leq l \leq m$ ,  $L_d$  表示对应时隙 OOK 调制的 LLR 信息,可由式(18)计算得到. 依据上述式(18)和(19)中大气湍流信道输出的初始 LLR 信息,其 SC 译码具体过程如下:

Step1: 初始化,根据接收序列  $y$  由式(18)或(19)计算初始 LLR 信息;

Step2: 递归计算,根据式(14)和(15)递归计算集合  $A$  中每个信息比特的 LLR 数值;

Step3: 判决,根据式(17)对码元比特进行判决输出,并统计译码率性能.

## 4 性能仿真分析

针对表 1 中不同码长和码率的极化码,在湍流强度  $\sigma_0 = 0.2$  时采用 SC 算法的译码性能进行仿真,其结果见图 3 中所示.

由图 3 中误码率性能曲线可以看出,在码率  $R = 0.5$  的情况下,随着码长增加  $N = 512, 1024, 2048$  时的译码纠错性能逐渐变好.但随着码长的逐倍增加,其编码增益渐近减小的趋势不明显.这是因为极化码的构造

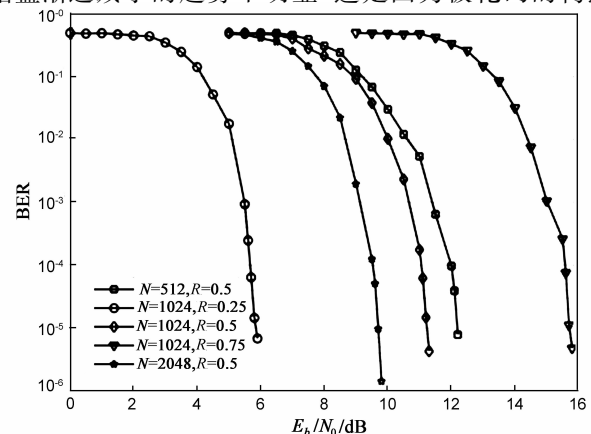


图3  $\sigma_0 = 0.2$  时不同参数极化码的误码率性能

是依赖于选择完全极化子信道作为信息位集合,而在有限长度下码长越长极化程度越高.由码长固定  $N = 1024$  码率  $R = 0.25, 0.5, 0.75$  时的性能曲线可以看出,低码率的极化码具有明显的性能改善.这是由于在码长有限的条件下,低码率极化码构造过程中选取的未完全极化信道比例更低.这与表 1 中码长  $N = 1024$  码率  $R = 0.25$  时极化码的巴氏参数阈值仅为 0.0001 的结果相一致.

针对湍流强度  $\sigma_0^2 < 0.3$  的大气弱湍流模型,在采用 SC 算法时的译码性能,其仿真结果见图 4 中所示.由图 4 中湍流强度  $\sigma_0$  在 0.2 到 0.45 之间变化时的性能曲线可以看出,随着湍流强度  $\sigma_0$  的逐渐增大其误码率性能逐渐变差.这与实际物理意义相一致,因此在较大湍流噪声时,通常需要增加码长或降低码率来获得更高的编码增益.

图 5 中所示为,将表 1 中码长为 1024 码率为 0.5 的极化码,与文献[5]中采用等容量 BEC 信道近似的递归构造方法,进行性能比较的结果.由图 5 中曲线可以看出,在 BER 为  $10^{-5}$  时,相比递归构造极化码,文中所构造的极化码,在湍流强度  $\sigma_0$  为 0.2 时可获得大约 1.4dB 的编码增益;在  $\sigma_0$  为 0.3 时可获得大约 1.0dB 的编码增益;在  $\sigma_0$  取值为 0.4 时可获得大约 1.2dB 的编码增益.因此,文中采用 GA 方法构造的极化码,在不同大气湍流强度下均可获得更大的编码增益.

关于大气弱湍流信道下采用极化编码  $M$ -PPM 调制时的性能,这里对表 1 中码长  $N = 1024$  码率  $R = 0.5$  的极化码在湍流强度  $\sigma_0 = 0.2$  时进行仿真,结果见图 6 中所示.由图 6 中性能曲线可以看出,采用 2-PPM 调制的极化码方案,相比于极化编码 OOK 调制方案,在 BER 为  $10^{-5}$  时可获得大约 3.5dB 的性能增益改善.随着时隙数  $M$  的增加,在  $10^{-5}$  误比特率时,4-PPM 相比 2-PPM 大约有 1.3dB 左右的性能增益损失,16-PPM 调制已比 OOK 调制时的性能差.这是因为随着时隙数  $M$  的增加,每一帧解调错误概率也会相应增加,以此代价换取高

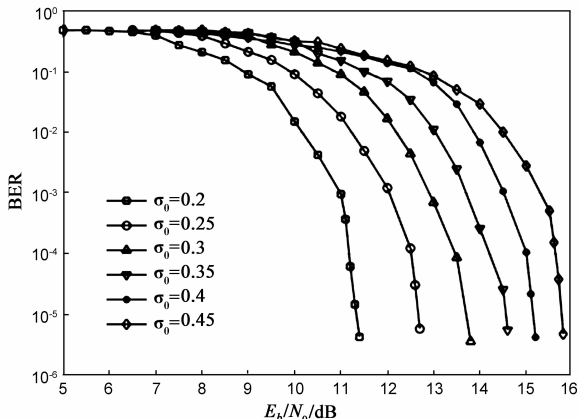


图4  $N=1024$ 码率 $R=0.5$ 不同湍流强度时的性能

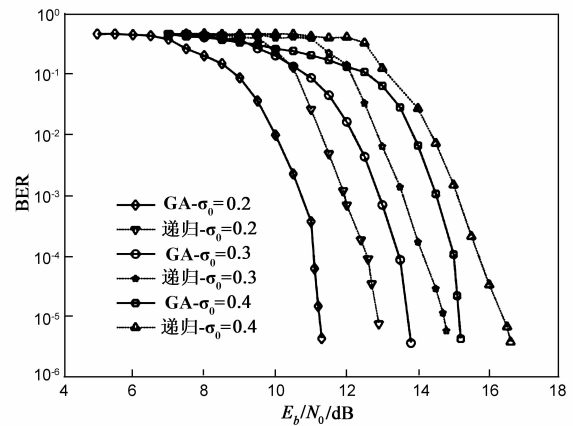


图5 GA构造与递归构造的性能比较

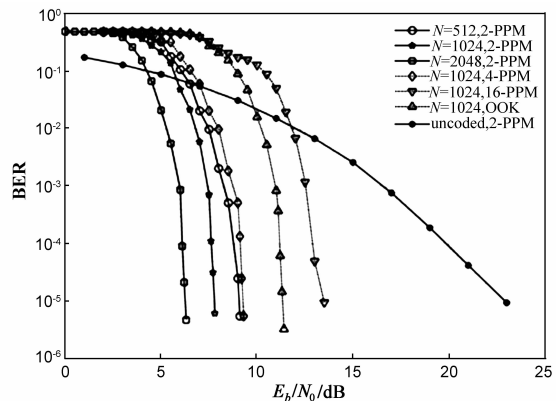


图6 采用OOK调制与 $M$ -PPM调制时的性能比较

阶调制更高的功率利用率,降低发射端激光功率的要求.

由图 6 中不同参数极化码采用 2-PPM 调制时的性能曲线可以看出,相比于未编码 2-PPM 情况,采用码率  $R = 0.5$  码长  $N = 512, 1024, 2048$  的极化码,在  $10^{-5}$  误比特率时分别可获得大约 13dB 到 16dB 的编码增益.同时可以看出,在低于一定的信噪比阈值时会造成纠错性能的恶化,因此通常需保证无线光通信系统工作在高于该阈值的信噪比范围.综上所述,可以看出采用 2-PPM 调制的极化码方案在 SC 译码算法下可以获得更好的译码纠错性能.

## 5 结论

本文针对服从对数正态分布的大气弱湍流信道模型,采用高斯近似的方法计算分析其信道极化现象,构造得到了一类适用于该类信道的极化码方案.弱湍流不同强度下的仿真结果表明,相比递归构造方法,文中所提方案可获得大约 1.0dB 到 1.4dB 的编码增益提升.对于极化码分别采用 OOK 和 PPM 调制时的仿真结果表明,采用 2-PPM 的极化编码调制方案可显著提高无线光通信系统在大气弱湍流条件下的纠错性能.

## 参考文献

- [1] Usman M, Yang H, Alouini M. Practical switching – based hybrid FSO/RF transmission and its performance analysis [J]. *IEEE Photonics Journal*, 2014, 6(5): 7902713-1 – 13.
- [2] 陆纯毅, 杨华民, 姜会林, 等. 大气信道部分相干光通信链路性能分析与优化 [J]. *电子学报*, 2009, 37(8): 1869 – 1872.  
Chen Chunyi, Yang Huamin, Jiang Huilin et al. Performance analysis and optimization of partially coherent optical communication links through atmospheric channel [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2009, 37(8): 1869 – 1872. (in Chinese)
- [3] Khalighi M, Uysal, M. Survey on free space optical communication; a communication theory perspective [J]. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, 2014, 16(4): 2231 – 2258.
- [4] Niu Kai, Chen Kai et al. Polar codes: Primary concepts and practical decoding algorithms [J]. *IEEE Communications Magazine*, 2014, 52(7): 192 – 203.
- [5] Arıkan E. Channel polarization: A method for constructing capacity – achieving codes for symmetric binary-input memoryless channels [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2009, 55(7): 3051 – 3073.
- [6] Trifonov P. Efficient design and decoding of polar codes [J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2012, 60(11): 3221 – 3227.
- [7] Abbe E, Barron A. Polar coding schemes for the AWGN channel [A]. *International Symposium on Information Theory* [C]. Saint Petersburg: IEEE, 2011. 194 – 198.
- [8] Mori R, Tanaka T. Performance of polar codes with the construction using density evolution [J]. *IEEE Communications Letters*, 2009, 13(7): 519 – 521.
- [9] Tal I, Vardy A. How to construct polar Codes [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2013, 59(10): 6562 – 6582.
- [10] Wu D, Li Y, Sun Y. Construction and block error rate analysis of polar codes over AWGN channel based on gaussian approximation [J]. *IEEE Communications Letters*, 2014, 18(7): 1099 – 1102.
- [11] Li H, Yuan J. A practical construction method for polar codes in AWGN channels [A]. *Tencon Spring Conference* [C]. Sydney: IEEE, 2013. 223 – 226.
- [12] Shi P, Tang W, Zhao S, et al. Performance of polar codes on wireless communication channels [A]. *14th International Conference on Communication Technology* [C]. Chengdu: IEEE, 2012. 1134 – 1138.
- [13] Bouto J, Biglieri E. Polarization of quasi – static fading channels [A]. *International Symposium on Information Theory* [C]. Istanbul: IEEE, 2013. 769 – 773.
- [14] Bravo A. Polar codes for the rayleigh fading channel [J]. *IEEE Communications Letters*, 2013, 17(12): 2352 – 2355.
- [15] Hongbo S, Koyluoglu O et al. Polar coding for fading channels; binary and exponential channel cases [J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2014, 62(8): 2638 – 2650.
- [16] Ryan W, Lin S. *Channel Codes: Classical and Modern* [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2009. 231 – 234.

## 作者简介



邵军虎 男, 1980 年生于山西永济. 西安理工大学自动化与信息工程学院博士, 研究方向为信道编码技术.

E-mail: jhshao@xaut.edu.cn



柯熙政 男, 1962 年生于陕西临潼. 西安理工大学自动化与信息工程学院教授, 博士生导师, 研究方向为无线光通信技术.